

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN

Probabilidad y

Estadística

Actividades unidad 6:

Distribución normal

1. Sea Z una variable aleatoria N(0,1). Calcular:
   * 1. P(-0.85 < Z < 2). = P( Z <2) – P( Z< -0,85) = 0.97725 – 0.19766 = 0.77959
     2. P(-1.5 < Z < 0). = P( Z <0) – P( Z< -1,5) = 0.5000 – 0.06681 = 0.43319
     3. P(Z < 1.23) = 0.89065
     4. P(Z > -1.75) = 1 - P( Z< -1.75) = 1-0.04006 = 0.95994
     5. P(Z > 2.25) = 1- P(Z < 2.25) = 1 – 0.98778 = 0.01222
2. Sea Z una variable aleatoria N(0,1).Calcular z en los siguientes casos:
   * 1. P(Z < z) = 0.9357 🡺 z = 1,52
     2. P(Z > z) = 0.0222.

P(Z< z) = 1- P(Z > z)

P(Z < z) = 1 -0.0222 🡺 P( Z < z) = 0.9778 🡺 z = 2.01

* + 1. P(Z < z) = 0.0668. 🡺 z = -1.5
    2. P(Z > z) = 0.9940.

P(Z< z) = 1- P(Z > z)

P(Z < z) = 1 -0.9940 🡺 P( Z < z) = 0.006 🡺 z = -2,51

1. Sea X una variable aleatoria N(2, 2). Calcular:

* + 1. P(x ≤ 3).

P( x < ) = P( x< 0.5) = 0.69146

* + 1. a si P(x < a) = 0.9332.

P( x < ) = 0.9332

1.5= 🡺 a = (1.5\*2) +2 🡺 a = 5

* + 1. a si p(x > a) = 0.9332.

P( X < a) = 1- P( X > a) 🡺 P( X < a) = 1- 0.9332 = 0.0668

P( x < ) = 0.0668

-1.5= 🡺 a = (-1.5\*2) +2 🡺 a = -1

1. La resistencia a la ruptura de una cuerda de diámetro especificado se considera una variable aleatoria distribuida normalmente con 𝜇 = 100 y 𝜎 = 4 (en libras). Calcular la probabilidad de que:
   * 1. La resistencia difiera de 100 libras a lo sumo en 3/2 𝜎.

𝜇 + 3/2 𝜎 = 100 + (3/2\*4) = 106

𝜇 - 3/2 𝜎 = 100 - (3/2\*4) = 94

P( a < X < b) = P( x<106 ) - P( x < 94)

P(X <) = P( X < 1.5) = 0.43644

P(X < ) = P( X < -1.5) = 0.20327

**P( -1.5 < x < 1.5) = P( x<1.5 ) - P( x < -1.5) = 0.93319 – 0.06681 = 0.86638**

* + 1. La resistencia sea superior a 110 libras.

**𝑃(𝑋 > 110) = 1 − 𝑃(𝑋 < 110) = 1 − 𝑃 (𝑍 < ) = 1 − 𝑃(𝑍 < 2.5) 𝑃(𝑋 > 110) = 1 − 0.99379 = 0.00621**

1. Una empresa vinculada a la industria automotriz realiza un estudio del cual se concluye que la cantidad de km. recorridos por los autos de una ciudad tiene una distribución normal con media 35000 km. y desvío estándar 10000 km. Si en esa ciudad se elige al azar un auto determinar:

**XN(35000,10000)**

* + 1. La probabilidad de que haya recorrido más de 47800 km.

P( X > 47800) = 1- P( Z < )

P( Z <) = P (Z < 1.28) = 0,89973

P( X > 47800) = 1- P(Z < 1.28) = 1- 0.89973 = 0.10027

* + 1. La probabilidad de que haya recorrido entre 30000 km. y 42500 km.

P( 30000 < X < 425000) = P( < Z < )

**P( -0.5 < Z < 0.75) = P( Z< 0.75) – P(Z < -0,5) = 0.77337 – 0.30854 = 0.46483**

**P( 30000 < X < 425000) = 0.46483**

* + 1. La cantidad de km. recorridos que es superada por el 1% de los autos.

P( X > x) = P( Z > z) = 0.01

P( Z < z) = 1- 0.01 = 0.99 🡺 z = 2.33

z = 🡺 2.33 🡺 x = (2.33\*10000) + 35000

x = 58300

1. La cantidad de petróleo consumida diariamente por una empresa industrial presenta una distribución sensiblemente normal con media de 420 litros y desvío 40 litros. Hallar la probabilidad de que en un día elegido al azar el consumo supere los 500 litros.

**XN(420, 40)**

P( X > 500) = P( Z > )

P(Z > 2) = 1- P( Z< 2) 🡺 P(Z > 2) = 1-0.97725 🡺 **P( Z >2) = 0.02275 = P( X> 500)**

1. Se sabe que la cantidad de lluvia anual que cae en cierta región es una variable aleatoria distribuida normalmente con media 295 mm y desvío 25 mm.

N = “Cantidad de milímetros de lluvia” X N (295,25)

Z =

* + 1. ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de lluvia anual supere los 310mm?

P( X > 310) = 1 – P( X < 310) = 1 – P( Z < )

P( Z < 0.6) = 0.6915 🡺 1- 0.6915 = **0.3085**

* + 1. ¿Cuál es la cantidad de lluvia que es superada el 5% de las veces?

P( X > a) = 0.05 🡺 1- P( X < a) = 0.05 🡺 1-0.05 = P( X<a) 🡺 0.95 = P( X<a)

P(X<a )= P( Z < z) = 0.95 🡺 z = 1.65 🡺 z = 🡺 1.65 =

a = (1.65\*25)+295 🡺 a = 336.25

* + 1. De todos los años computados se toman 5 al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que en 3 de ellos la cantidad de lluvia sea inferior a 280 mm?

1. La longitud de cierta variedad de plantas es una variable aleatoria distribuida aproximadamente normal con varianza 81 cm2. Sabiendo que el 58.71% de la población tiene una longitud inferior a los 32.09 cm.

V(x) = σ² 🡺 81= σ² 🡺 = σ 🡺 9 = σ

* + 1. Calcular µ.

P( X < 32.09) = 0.5871 = P( Z < z)

z = 🡺 0.22 = 🡺- (( 0.22\*9) -32.09) = µ 🡺 30.11

* + 1. ¿Qué porcentaje tiene longitud mayor que 42.8 cm?

P(X> 42.8) = 1 – P( x<42.08) = 1 – P( Z < )

1- P ( Z < 1.41) = 1-0.92073 = 0.07927

9) Una empresa tiene 3 sucursales: A, B y C. Desea cerrar una de ellas. Para ello tendrá en cuenta el volumen de ventas diarias considerando aceptable un volumen de ventas no inferior a U$ 4500. La variable volumen de ventas diarias sigue una distribución aproximadamente normal con los siguientes datos:

A B C

Promedio de ventas U$7200 U$8200 U$6800

Desvío estándar U$1080 U$2500 U$980

¿Cuál conviene cerrar? LA SUCURSAL B

AN(7200,1080)

P( A > 4500) = 1 – P( A < 4500) = 1 – P ( Z < ) = 1- P( Z < -2.5) = 1-0.0062 = 0.9938

N(8200,2500)

P( B > 4500) = 1 – P( B < 4500) = 1 – P ( Z < ) = 1- P( Z < -1.48) = 1-0.0694 = 0.9306

CN(6800,980)

P( C > 4500) = 1 – P( C < 4500) = 1 – P ( Z < ) = 1- P( Z < -2.35) = 1-0.0094 = 0.9906

1. El desvío estándar tóxico de las unidades de jarabe producidas por un laboratorio se distribuye normalmente con media 0.18 gr. y varianza 0.0009gr. Determinar en una unidad de jarabe:

V(x) = σ² 🡺 0.0009= σ² 🡺 = σ 🡺 0.03 = σ XN(0.18,0.03)

* + 1. La probabilidad de que el contenido tóxico supere los 0.1425 gr.

P(X>0.1425) = 1 – P( X<0.1425) = 1 – P( Z <) = 1 – P(X < -1.25) = 1 – 0.10565 = 0.89435.

* + 1. El contenido tóxico se encuentre entre 0.15 gr. y 0.195 gr.

P(0.15<X<0.195) = P( < Z <) = P(-1 < Z < 0.5)

P(-1 < Z < 0.5) = P( X<0.5) – P(X<-1) = 0.69146 – 0.15866 = 0.5328

* + 1. La cantidad de contenido tóxico que es superada por el 90% de las unidades producidas.

P( X > a ) = 0.90 🡺 P( X< a) = 1-0.90 🡺 P(X <a) = 0.1 = P( Z < )

-1.28= 🡺 a= (-1.28\*0.03) +0.18 🡺 a=0.1416

1. Sea X una variable aleatoria distribuida normalmente. Si se sabe que P(X < 140) =

0.8413 y P(X > 80) = 0.9773. Calcular:

* + 1. La media y el desvío.
    2. P(90 < X < 130).

1. El contenido de ciertos envases tiene distribución normal, se sabe que el 12.30 % tiene un peso superior a 1370 gr. y que el 12.30 % tiene un peso inferior a 1270 gr.
   * 1. Determine el promedio y el desvío estándar del contenido de los envases.

P(X > 1370) = 0.123 = P( Z > ) 🡺 P( Z < ) = 1-0.123 🡺 P( Z < ) =0.877

P(X < 1270) = 0.123 = P( Z < )

(1)1.16 = 🡺 -1.16\* +1370 = (1)

(2 )-1.16 = 🡺 -1.16\* = 1270 +1.16\* -1370 (reemplazo 1 en 2)

-1.16 -1.16 = -100 🡺 = -100/-2.32 🡺  **= 43.10 🡺 = 1320**

* + 1. ¿Cuál es la probabilidad de que un envase pese más de 1400 gr?

XN(1320,43.10)

**P(X > 1400) = 1-P( X< 1400) = 1- P( Z < ) = 1 –P(Z< 1.86) = 1- 0.96856 = 0.03144**

1. El diámetro de un eje sigue una distribución normal con media µ y desvío σ. Se sabe que el 30% de los ejes tienen un diámetro inferior a 105.6 mm; mientras que el 10% tienen un diámetro superior a 106.7 mm.
   * 1. Encuentre la media y el desvío estándar.

P(X < 105.6) = 0.3 = P( Z < )

P(X > 106.7) = 0.10 = P( Z > ) 🡺 P( Z < ) = 1-0.1 🡺 P( Z < ) =0.9

(1) -0.52= 🡺 0.52\* +105.6= (1)

(2 )1.28 = 🡺 1.28\* = 106.7 -0.52\* -105.6 (reemplazo 1 en 2)

1.28 +0.52 = 1.1 🡺 = 1.1/1.8 🡺  **= 0.61 🡺 = 105.91**

* + 1. Encuentre la probabilidad de hallar un eje con un diámetro inferior a 106 mm.

XN(105.91,0.61)

**P(X < 106) = P( Z < ) = P(Z< 0.15) = 0.55962**

1. Sean X, Y dos variables aleatorias independientes, tales que X~N(12, 3) e Y~N(10, 2).

Se pide que encuentre la distribución de las siguientes variables aleatorias:

* + 1. W = X + Y.

E(W) = E(X) + E(Y) = 12+10 = 22

V (W) = V(X) + V(Y) = V( X +Y) = 3² + 2²

w = = = 3.6

WN(22,3.6)

* + 1. R = X – Y

E(R) = E(X) + E(Y) = 12 -10 = 2

V (R) = V(X) + V(Y) = V( X +Y) = 3² + 2² ( las varianzas siempre se suman)

w = = = 3.6

RN(2,3.6)

* + 1. G = 4X – 3Y.

E(G) = a. E(X) ± b. E(Y) = 4\*12 -3\*10 = 48 – 30 = 18

V(G) = a². V(X) + b². V(Y) = 4²\*3² +3²\*2² = 144 + 36 = 180 (las varianzas siempre se suman)

w = = = 13.42

1. Se tienen 10 variables aleatorias normales con media 45.6 y desvío estándar 2.9 para cada una de ellas. Encuentre la distribución del promedio de las 10 variables aleatorias.

X) n = 10

E( = E(x) 🡺 = = 45.6

= = \* 2.9 = 0.92

N (45.6, 0.92)

1. Se sabe que el promedio de 25 piezas metálicas es N(1008, 28) encuentre la distribución de cada de esas piezas metálicas. Asuma que todas ellas tienen la misma distribución.

E( = E(x) 🡺 **= = 1008**

**= = \* 28 = 5,6**

N ( 1008, 5.6)

1. Una máquina produce cerrojos con 10% de defectuosos. Hallar la probabilidad de que en una muestra de 400 cerrojos sean defectuosos:

N = 400 , p = 0.10 q= 0.90

X X N(40, 6)

* + 1. Menos de 30.

P(X < 29.5) = P( Z < **) = P( X < -1.75) = 0.04006**

* + 1. Entre 30 y 50.

P(30X50) = P(  **< Z < ) = P( -1.75< Z < 1.75)**

**🡺 P(Z<1.75) – P(Z<-1.75) = 0.95994 − 0.04006 = 0.91988**

**RESOLUCION**

P(30X50) = P(31X49) = P(  **< Z < ) = P( -1.58< Z < 1.58)**

**🡺 P(Z<1.58) – P(Z<-1.58) = 0.94295 − 0.05705 = 0.8859**

* + 1. 55 o más.

P(X 55) = 1- P(X<55) = 1- P( **) = 1- P(Z <2.41) = 1-0.99224 = 0.00776**